LISTA 1. Zastosowanie pochodnej funkcji.

Zad.1: Napisać równanie stycznej i normalnej do wykresu funkcji *f* w punkcie $P(x_0; f(x_0))$:

a. $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, \ x_0 = 4$; b. $f(x) = \ln(x^2 + e), \ x_0 = 0$; c. $f(x) = e^{tgx}, \ x_0 = \frac{\pi}{4}$;

Zad.2: Obliczyć kąt przecięcia się wykresów funkcji *f* i *g*:

a. $f(x) = x^3, \ g(x) = \sqrt[3]{x}$; b. $f(x) = e^x, \ g(x) = e^{2x} - 2$; c. $f(x) = 2x^2 - x + 1, \ g(x) = x^2 + 4x - 3$.

Zad.3: Wykorzystując różniczkę funkcji obliczyć przybliżenia liczb:

a. $\sqrt[3]{x}, \ x = 7{,}76$; *b.* $\frac{1}{\sqrt{x}}, \ x = 4{,}16$; *c.* $\sqrt[3]{3x + \cos x}, \ x = 0{,}01$; *d.* $x^{21}, \ x = 0{,}998$.

Zad. 4: Korzystając z reguły de L'Hospitala obliczyć podane granice:

$a)\ \lim\limits_{x\to 1} \frac{3 - \sqrt{10 - x}}{\sin 3\pi x}$; $b)\ \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\frac{\pi}{x}}{ctg\, \pi x}$; $c)\ \lim\limits_{x\to \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{tg^2 2x}$; $d)\ \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{2^{\cos^2 x} - 1}$;

$e)\ \lim\limits_{x\to \infty} x\, arcctgx$; $f)\ \lim\limits_{x\to 0^+} x \ln x$; $g)\ \lim\limits_{x\to 0^-} \left(\frac{1}{x} - ctgx\right)$; $h)\ \lim\limits_{x\to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right)$;

$i)\ \lim\limits_{x\to 0^+} x^{\frac{3}{4+\ln x}}$; $j)\ \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^-} (tgx)^{\cos x}$; $k)\ \lim\limits_{x\to 0^+} (ctgx)^{\frac{1}{\ln x}}$; $l)\ \lim\limits_{x\to 0^+} \left(1 + x^2\right)^{1/x}$; $m)\ \lim\limits_{x\to 0^+} (1 + x)^{\ln x}$.

Zad. 5: Zbadać następujące funkcje oraz naszkicować ich wykresy:

a. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 2}$; *b.* $f(x) = \sqrt{x} \ln x$; *c.* $f(x) = \frac{x^4}{(1+x)^3}$; *d.* $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$;

e. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$; *f.* $f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$; *g.* $f(x) = \frac{x}{\ln x}$; *h.* $f(x) = xe^{2x}$.