

LISTA 3. Całki nieoznaczone i oznaczone.

Zad. 1: Wykorzystując wzór całkowania przez części wyznaczyć całki nieoznaczone:

$$a. \int x \sin 2x dx; \quad b. \int x^3 e^{-x} dx; \quad c. \int x \ln x dx; \quad d. \int \left(\frac{\ln x}{x} \right)^2 dx; \quad e. \int e^{4x} \sin 2x dx; \quad f. \int x \arctg x dx.$$

Zad. 2: Wykorzystując wzór całkowania przez części wyznaczyć całki oznaczone:

$$a. \int_2^3 (x-1)^3 \ln^2(x-1) dx; \quad b. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3-7x^2) \cos 2x dx; \quad c. \int_0^1 x^2 e^{3x} dx; \quad d. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\arctan x}{x^2} dx.$$

Zad. 3: Stosując całkowanie przez podstawienie lub przez zamianę zmiennej obliczyć całki oznaczone:

$$a. \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}; \quad b. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(\arccos x)^2 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad c. \int_2^3 \frac{1+\ln x}{x} dx; \quad d. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2} dx; \quad e. \int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$$

Zad. 4: Stosując całkę oznaczoną obliczyć pola obszarów ograniczonych podanymi krzywymi:

$$a. y=(x-2)^2, y=4x-8; \quad b. y=4-x^2, y=x^2-2x; \quad c. y=-x^2+2x+3, y=x^2-4x+3;$$

$$d. y=x\sqrt{9-x^2}, y=0; \quad e. y=(x+1)^2, y^2=x+1; \quad f. y=\frac{1}{x}, y=-x+4; \quad g. y=\frac{27}{x^2+9}, y=\frac{x^2}{6};$$

$$h. y=e^x, y=e^{-x}, x=1; \quad i. y=e^x, y=e^{2x}-2, x=0; \quad j. y=\ln(x+1), y=\ln x, x=2, y=0.$$