Własności całki Riemanna

1. Jeżeli f i g są całkowalne to

   a) Af całkowalna oraz $\int_a^b Afdx = A\int_a^b fdx$;

   b) f±g całkowalna oraz $\int_a^b (f \pm g)dx = \int_a^b fdx \pm \int_a^b gdx$;

   c) f·g całkowalna.

2. Jeżeli f jest całkowalna, g jest ograniczona i różni się od f na skończonej liczbie punktów tog jest całkowalna oraz $\int_a^b fdx = \int_a^b gdx$

3. Jeżeli f jest całkowalna na [a;b] oraz [α;β]⊂[a;b] to f jest całkowalna na [α;β].

4. Jeżeli f jest całkowalna na [a;b] oraz c∈[a;b] to

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

5. Jeżeli f jest całkowalna oraz $m = \inf_{x\in[a;b]} f(x)$, $M = \sup_{x\in[a;b]} f(x)$, to

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$$

6. Jeżeli f jest całkowalna oraz f(x)≥0, to $\int_a^b f(x)dx \ge 0$

7. Jeżeli f i g są całkowalne oraz f(x)≤g(x), to $\int_a^b fdx \le \int_a^b gdx$

8. Jeżeli f - ciągła m≤f(x)≤M i g – całkowalna oraz g(x)≥0, to

$$m\int_a^b g(x)dx \le \int_a^b f(x)\cdot g(x)dx \le M\int_a^b g(x)dx$$

9. Jeżeli f jest całkowalna, to |f| jest całkowalna oraz

$$\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le \int_a^b |f(x)|dx$$

Twierdzenie odwrotne nie zachodzi.

10. Jeżeli f i g są całkowalne, to zachodzi nierówność Schwarza-Buniakowskiego:

$$\left(\int_a^b f(x)\cdot g(x)dx\right)^2 \le \left(\int_a^b f^2(x)dx\right)\cdot\left(\int_a^b g^2(x)dx\right)$$

11. Jeżeli f jest całkowalna i

    a) f parzysta to $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$;

    b) f nieparzysta to $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.